

自然数及び整数の役割と連続体仮説の間違い

萩原 幸太郎

1 はじめに

両手の指 10 本を並べてその真ん中に線を引いたとき、その線を数であらわすとどうなるのか。また、その数は長さなのかそれとも指だから 5.555... 本目となるのか。新たに『存在数』と『度合数』の概念を定義して自然数と整数を区別することでその正体を解き明かす。さらに、自然数と実数を 1 対 1 で結び付けて無限を成立させることができるのか考える。そして、この論文で数の概念を再確認することが数に係るあらゆる分野における研究の進歩に繋がるものと信じます。

2 万物度合概念

万物は無数の度合概念を有する。度合概念とは、大きさすべてにはベクトル表記のように起点（始点）から終点まで連続的な広がりがあり、対象物に関わるあらゆる大きさの概念を数値化するにはすべて 0 を起点とする数直線上のベクトルの度合い数値で連続量を示すことができる概念である。例えば質量、速度、圧力等の計量単位に該当する名数とその概念を有する無名数である。そして、これら度合概念の実数であって、後述する存在数ではない実数すべてを度合数と定義する。

3 度合数の特徴

度合数の特徴は、1 あるいはひとくくりの対象を、数を表す根拠となる対象物として捉え、この対象物に関わるすべての度合概念の数である。そして、図 1 のイメージ図のように、この度合概念の数だけベクトルの直線が多数存在し、対象物ごとに全てが 0 基点（原点）とする放射状に広がって関連付いている。

また、度合数の数値は連続量を示し、分数や少数を含む任意の数より 0 に近い数を内包している概念であって、数値が整数であっても順序数との概念の変換はできない。

4 度合数の具体例

鉄板を 1 つの対象物として具体的に度合数を示す。

まず、厚さ 1 cm 縦 20 cm 横 30 cm で質量が 4 kg の鉄板 A を縦 10 cm もしくは横 15 cm に切断して 2 分割すると、質量が 2 kg ずつで成る規則性が存在する。次に、鉄板 A と、鉄板 A を 2 枚重ねた形状の厚さ 2 cm 縦 20 cm 横 30 cm の鉄板 B との比較では、比例の関係があつて質量が 8 kg となり、異なる対象物に関わる度合数同士との間であっても数値が関連付いている。

このように対象物ごとに 1 つの対象物に関わるすべての概念の数値は、数直線上の 0 からの距離が確定し抽出するいくつかの数値を、例えば、0 基準とする平面上 X 軸 Y 軸で表すことによって規則性も説明できる。ただし、上記鉄板の例の数値はすべて正の整数で示したが、後述するように、これを自然数や存在数の概念として表すことはできない。

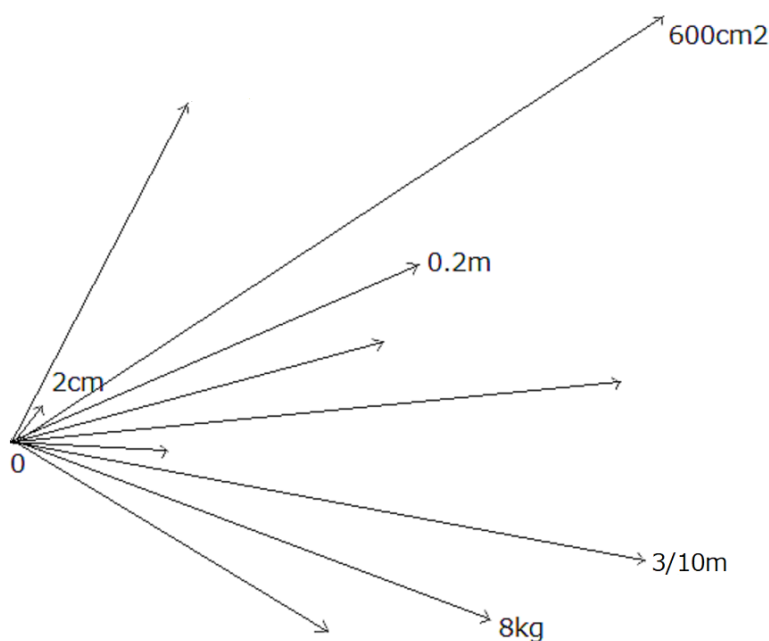


図 1：対象物鉄板Bに関わる度合数

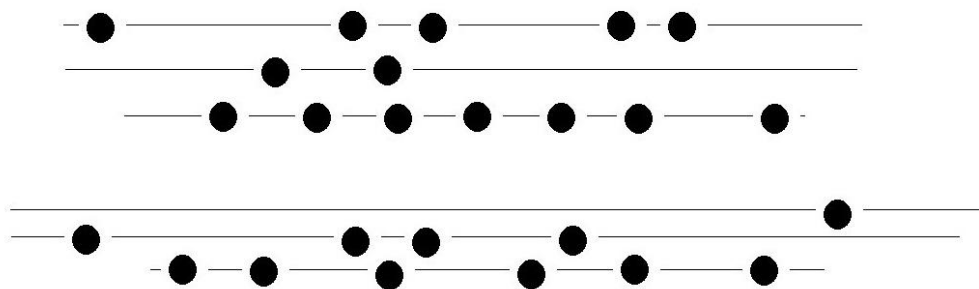


図 2：存在数の概念のイメージ図

5 複数量存在概念

一方、対象物そのものに対する数の概念として、流動的な複数個をひとくくりの対象物と捉えながら合計でいくつ存在するか、という複数の量としてみなす概念がある。これは、個数など助数詞の単位で存在を表している離散的数字の名数、または対象物が抽象的なものの同様の性質である無名数であって、1を含めてこれら概念の自然数を存在数と定義して分類する。存在数は一概念であって、度合数ではない実数すべての概念である。

6 存在数の特徴

存在数は個数など現実的に存在を表す数の概念であるため、数直線上に流動的ないくつかの点を示しその分布の合計数で数値を表すことができる。言い換えると、連続量ではない存在数は、0と目盛りの概念が無い一集合体を示す直線上にあって、ひとくくりの対象物を構成させる点の合計数として数値を表すことができる。

そのため、前記ひとくくりの対象物それぞれは、その数より小さな数を内包することなく、図2のように一集合体を示す直線ごとに独立した1つの概念として存在し直線同士交わら

ない。ただし、存在数は同時に自然数であって他の存在数すべてと順序数の概念で関連付いていて、起点が1である順序数との概念の変換が可能である。

また、存在数 n の概念は流動的な n 個の点を中心点からそれぞれ等間隔に並べ、かつ流動的な n 個の点同士を等間隔に並べて線で結んで形成される n 角形でその数を示すことができる。そして、無限の存在数でできる無限 n 角形は真円となり0角形は概念が存在しない。

7 存在数の具体例と度合数との比較

例えば、例1として、存在数のイメージを、りんごで説明する。(図3参照)

りんご3個が入った同じ概念のかごの中に、新たにりんご5個を入れて等間隔で一直線上に並べても対象物1に変化は起こらず、対象物2の存在を新たに認識するだけであって、対象物1の流動的なりんごひとつくりの分布と、対象物2の流動的なりんごひとつくりの分布は、それぞれが独立した概念のため互いに関連付かない。かごの中に入った独立したりんご3個の概念は他の独立した数の性質の影響も受けない。

例2として、りんごを3/4個と表現したときの概念は度合数である。というのは、りんごの形状が画一的ではないところも含めて、抽象概念で対象物1に対して全体を100%とする0起点の連続量75%を占めている状態と捉えたようなもので、いわば3/4個度とすべきものだからである。すなわち数値に範囲の概念を有するものが度合数である。

例3として、存在数のイメージを、串に刺さっただんごで説明する。(図4参照)

だんご5個を1串で刺し通す。このとき、対象物を1串5個のだんごと捉えれば存在数の1概念となる。ところが、対象物をだんご5個から成る5個度1串と捉えたと、例えば、1串で100gといった度合数の概念が新たに生まれ、対象物をだんご1個ごとに捉えて20gの度合数とする概念も可能である。

このように、対象物が何であるか、その概念によって存在数か度合数であるかが決まり、存在数は度合数とは異なって他の数字の存在に影響を与えることがなく、それぞれが独立したものであって数字間に性質上の関係性も存在しない。

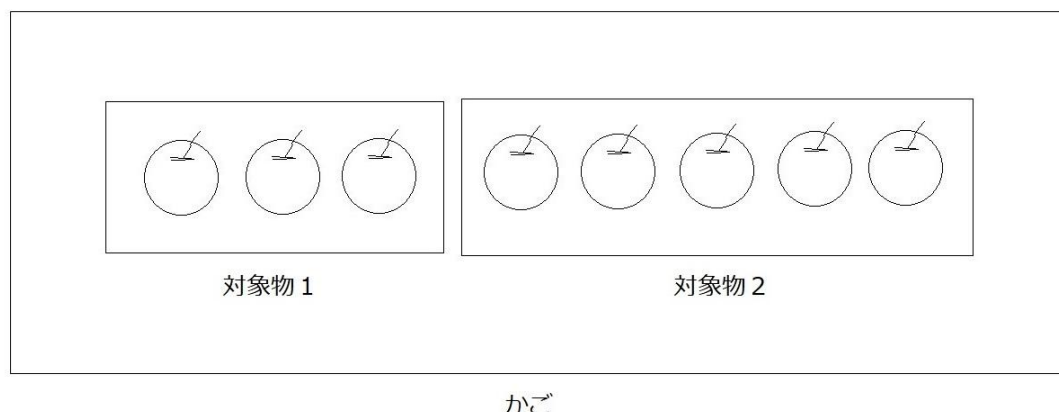


図3：2つの存在数

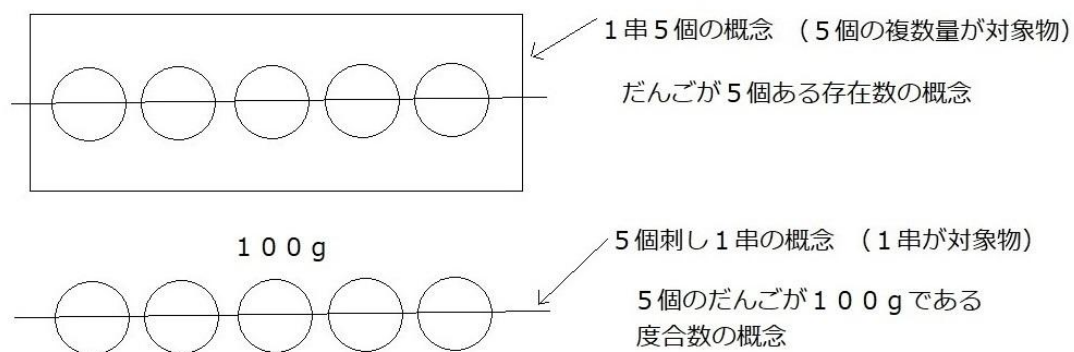


図4：串に刺さった対象物の存在数と度合数

8 存在数と度合数の範囲

これまでの概念の範囲を整理して実数を分類すると、(図5参照)

- ① 実数は度合数または存在数のどちらかに分類される。
- ② 度合数は自然数ではなくて、整数とは限らない。
- ③ 自然数は度合数ではなくて、すべて存在数である。
- ④ 整数は0起点及び度合数に関わる数値であって、存在数ではない。
- ⑤ 存在数は自然数であって、整数ではない。

つまり、存在数は順序数の概念を除いた自然数そのものであって整数は度合数である。

したがって、自然数と正の整数は異なる属性である。そのため、異なる対象物において、自然数と整数を結び付けて扱うこともできない。

また、集合数＝自然数＝順序数で概念の変換が可能のように、存在数＝自然数＝順序数で概念の変換が可能である。なお、集合数は存在数と概念の範囲が必ずしも一致しないためここでは使用しない。

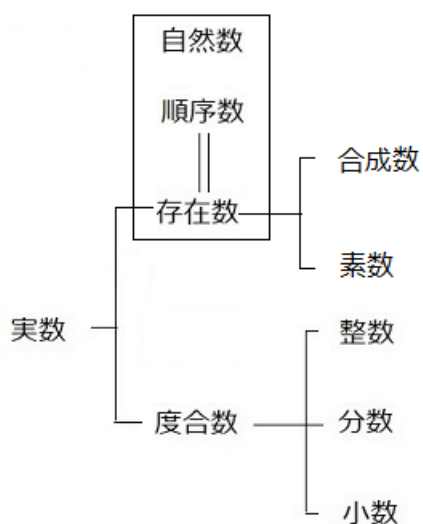


図5：存在数と度合数の分類

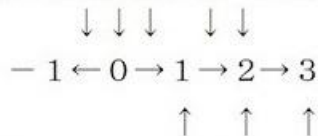
9 自然数における0概念の非合理性

存在数と順序数、度数数の概念が指し示すことのできる位置を図6に示す。

そもそも0と目盛りの無い直線上に表すことのできる概念の存在数には、連続量ではない概念であることと、他の存在数と大小比較概念がない独立した概念であることと、対象物が存在することによってはじめて生じる概念であることと、によって実態として0の概念が存在しない。仮に、存在数と変換可能な順序数の概念で形式的に0を用いても、対象物が存在した上で度数数に関わる整数0が具体的に存在する概念とは異なって、計測器で0を示すことができるわけでもなく、数直線上0の位置のように具体的に指し示す場所や物が存在しているわけでもない。まして、1を挟んで0と2が等距離にある整数の概念は自然数には存在しえない。そのため、独立した概念の存在数と0の存在とが自然数の一側面の概念である順序数の概念を通じて互いに結びついていない。

したがって、これまで自然数に0を加えたとしても単なる便宜上の数字を付け加えただけであって、正の整数が整数の一部を切り取ったすべて0起点の概念を内包した数字の範囲を示しているのに対して、自然数は実体と異なる0位置の概念を内包する数字の範囲を表していることになる。ただし、それ自体は少なくとも0を含めない場合における存在数の本質には何も影響していない。

度数数の概念が指し示すそれぞれ連続量の位置の5例



存在数と順序数の概念が指し示す個々の位置の3例

図6：概念が指し示す位置

10 結論

自然数に0の概念は存在しない。また、正の整数と自然数は、概念と性質の異なる数字の範囲を示したもので役割が異なり、区別して使用できる。

さらに、離散的数字のすべての自然数と連続量を表すすべての実数を1対1で結び付ける方法で無限の証明と無限濃度を説明することはできず、連続体仮説も間違っている。

2023年8月16日 萩原幸太郎 作成